

Chiffres significatifs

Langage « vie quotidienne »

Exemple : Quand on dit qu'à Toulouse il y a 440 000 habitants, tous les chiffres ne sont pas significatifs. C'est un ordre de grandeur, « un arrondi pratique ».

En réalité 437 715 habitants en février 2009.

En physique, on verra qu'on peut résoudre en partie ce problème avec la notation scientifique (puissance de 10). Dans ce cadre et par convention, les deux écritures $4,400\ 00 \times 10^5$ et 440 000 ne sont pas équivalentes même s'il s'agit du même nombre.

Définition

Tous les chiffres représentés dans la donnée d'une mesure ou dans le résultat d'un calcul sauf les « zéros » placés à gauche sont appelés « **chiffres significatifs** ».

Par la suite « chiffre significatif » sera noté « CS ».

Exemples

Données	Chiffres significatifs (CS)	Nombre de CS
67,043	6 7 0 4 3	5
0,054	5 4	2
6,0	6 0	2
0,520 0	5 2 0 0	4
$1,05 \times 10^{-1}$	1 0 5	3
$6,50 \times 10^{-1}$	6 5 0	3
$4,400\ 00 \times 10^5$	4 4 0 0 0 0	6
π	3 1 4 1 5 9 2 7 ...	une infinité
4 (constante)	4 0 0 0 0 0 ...ou 3 9 9 9 9 9 ...	une infinité

Exemples :

Dans un panier, il y a 5 pommes. Il n'y a pas d'erreur sur le 5. Une infinité de CS.

Par définition $1\ \text{m}^3 = 1\ 000\ \text{L}$. Il n'y a pas d'erreur sur 1 000. Une infinité de CS.

La notion de chiffre significatif est utilisée, en particulier, dans l'interprétation des résultats de mesures. Ainsi, lorsqu'on donne le résultat d'une mesure sous la forme $6,704\ 3 \times 10$, on convient implicitement que la valeur mesurée est comprise entre 67,042 5 et 67,043 5.

Applications aux calculs

Il existe plusieurs méthodes pour exprimer le résultat d'un calcul faisant intervenir un ou plusieurs résultats de mesures :

- la méthode des CS
- la méthode des sommes d'incertitudes
- la méthode des extrêmes
- la méthode du calcul différentiel

Détaillons la méthode des chiffres significatifs qui est la plus simple..

a) Addition ou soustraction.

Le résultat final d'une addition ou d'une soustraction de nombres écrits uniquement avec des chiffres significatifs, est donné avec le même nombre de **chiffres décimaux** que le terme de l'opération qui en a le moins.

Addition ou soustraction	Le résultat final doit respecter la règle d'arrondi et être donné avec :	Résultat
$5,101 + 14,28 = 19,381$	2 chiffres décimaux	19,38
$162,4 - 17,842 = 144,558$	1 chiffre décimal	144,6
$\pi - 2,23 = 0,911\ 59\dots$	2 chiffres décimaux	0,91

b) Multiplication ou division.

Le résultat final d'une multiplication ou d'une division de nombres écrits uniquement avec des chiffres significatifs, est donné avec le même nombre de **chiffres significatifs** que le facteur de l'opération qui en a le moins.

Multiplication ou division	Le résultat final doit respecter la règle d'arrondi et être donné avec :	Résultat
$0,42 \times 1,023\ 6 = 0,429\ 912$	2 chiffres significatifs	0,43
$\frac{5,246}{1,20} = 4,371\ 666\dots$	3 chiffres significatifs	4,37

c) Logarithmes

Le logarithme népérien d'un nombre écrit uniquement avec des chiffres significatifs a le même nombre de chiffres significatifs que son argument.

$\ln(37,5) = 3,624\ 340\dots$ donc $\ln(37,5) = 3,62$

Attention avec le logarithme décimal :

$4,5 \times 10^3$ et $4,5 \times 10^4$ ont chacun .

$\log 4,5 = 0,653\ 2\dots$ Ainsi $\log(4,5 \times 10^3) = 3,653\ 2\dots$ et $\log(4,5 \times 10^4) = 4,653\ 2\dots$

La partie entière du logarithme décimal d'un nombre n'est que la valeur de l'exposant de 10 dans l'écriture scientifique du nombre. Cette valeur ne sert qu'à positionner la virgule, elle n'est pas elle-même un CS.

Le logarithme décimal d'une donnée a autant de chiffres décimaux que la donnée a de chiffres significatifs.

Par conséquent, il faut écrire : $\log 4,5 = 0,65$, $\log(4,5 \times 10^3) = 3,65$ et $\log(4,5 \times 10^4) = 4,65$.

Pour s'en convaincre : $\log 0,05 = -1,301\ 0\dots$ Si on applique mal la règle, on aurait : $\log 0,05 = -1$. L'écriture correcte est : $\log 0,05 = -1,3$.

d) Exponentielles

Le nombre de CS ne change pas.

$e^{6,45} = \dots$ donc $e^{6,45} =$

e) Puissances de 10

Le résultat a autant de CS que l'exposant a de décimales.

Puissances de 10	Le résultat final doit respecter la règle d'arrondi et être donné avec :	Résultat
$10^{1,12} =$		
$10^{-5,1} =$		
$10^{2,62} = 416,869\ 3\dots$	2 chiffres significatifs	$4,2 \times 10^2$