REMPLACEMENT 2007
France métropolitaine – Antilles – Guyane – Réunion

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉPREUVE N° 4

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Options : Toutes sauf TVCQ(s) ; TCVA ; CGE Canin et Félin ; SMR

Coefficient : 1,5 - Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **calculatrice**

Rappel : au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.
Tout autre usage est interdit.

Les candidats traiteront chaque partie sur des feuilles séparées

---

Le sujet comporte 8 pages

PARTIE 1 MATHÉMATIQUES ..... **20 points**
Annexes 1 et 2

PARTIE 2 SCIENCES PHYSIQUES ..... **10 points**

Les annexes 1 et 2 sont à rendre avec la copie

Le nombre de points attribués à la partie 2 du présent sujet est pondéré par un coefficient 0,5 pour l'élaboration de la note de l'épreuve.

SUJET

PARTIE 1 MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : (5,5 points)

Les surfaces cultivées en céréales par les quatre départements bretons, en 2002, sont données dans le tableau figurant en annexe 1.

1) Compléter le tableau donné en annexe 1.

2) Dans cette partie, les valeurs trouvées seront arrondies à 0,1 % près.
   a) Quel pourcentage de la superficie cultivée en orge en Bretagne représente la partie située en Ille et Vilaine ?
   b) Quel pourcentage de la superficie céréalière bretonne représente la partie située dans le Finistère ?
   c) Quel pourcentage de la superficie céréalière bretonne est consacrée au maïs grain ?
   d) Quel pourcentage de la superficie céréalière des Côtes d'Armor est consacrée au blé tendre ?

Exercice 2 : (8,5 points)

Une cuve contenant du lait est munie d'un système de refroidissement.
Le lait entre dans la cuve à une température de 20°C. Après t minutes de refroidissement, la température du lait T (en degrés Celsius), s'exprime en fonction du temps t par :

$$T(t) = 20\,e^{-0,054t} \quad \text{et} \quad t \text{ appartient à l'intervalle } [0\,;10].$$

1) Calculer la température du lait au bout de 5 minutes de refroidissement.
   Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à 0,1 près.

2)

a) Déterminer l'expression de T '(t) pour t appartenant à [0 ; 10].

b) Montrer que T '(t) est négatif pour t appartenant à [0 ; 10].

c) En déduire le sens de variation de la fonction T sur [0 ; 10].

3) Reproduire et compléter le tableau de valeurs donné ci-dessous.
Les résultats seront arrondis au dixième près.

t	0	1	2	4	5	6	8	10
T(t)	20			16,1				11,7

4) Tracer la courbe représentative de la fonction T dans un repère orthonormal. unité graphique : 1 cm pour 1 unité sur chacun des axes

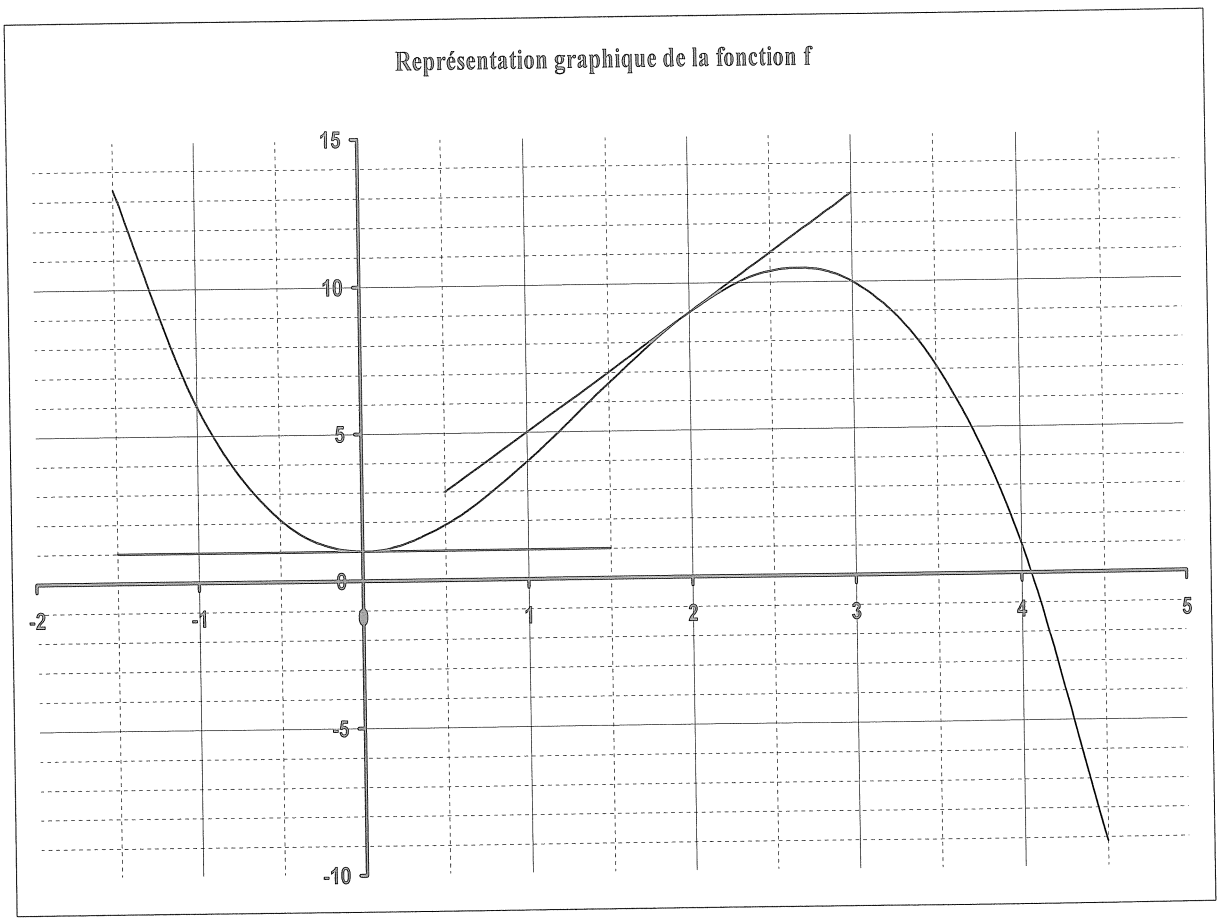
5)

a) Déterminer graphiquement le temps au bout duquel la température aura baissé de 25 % par rapport à sa valeur initiale.

b) Résoudre par le calcul l'équation : T(t) = 15.
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à 0,1 près.
Interpréter le résultat obtenu.

Exercice 3 : (6 points)

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal, la représentation graphique d'une fonction f définie sur [-1,5 ; 4,5]. Les deux droites tracées sont les tangentes à la courbe aux points d'abscisses $x=0$ et $x=2$.



Compléter l'annexe 2 en entourant, pour chacune des questions, la ou les bonne(s) réponses. Aucune justification n'est demandée.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

B E C

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

Exercice 1

Les surfaces céréalières en Bretagne - Récolte 2002
(exprimées en hectares)

Département / Céréales	Côtes d'Armor	Finistère	Ille et Vilaine	Morbihan	TOTAL Bretagne
Maïs grain	30 000	30 000	34 000	32 500	126 500
Blé tendre	91 000	60 200		58 300	301 500
Orge	23 000	16 200	9 000	14 500	62 700
Avoine		2 400		2 500	
Divers	9 500	11 220	15 800	16 600	53 120
TOTAL	160 000		153 200	124 400	557 620

(Source Agreste Bretagne – Tableaux de l'agriculture bretonne 2002)

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

B E C

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

Exercice 3

Pour chacune des questions suivantes, une ou deux réponses sont exactes.
Entourer la ou les bonne(s) réponses.
Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponses proposées					
$f(0)$ est égal à	0	1	4			
$f'(0)$ est égal à	0	1	4			
Le nombre dérivé de f en 2 est	9	4	2			
Sachant que : au point A(1 ; 4), la courbe représentative de f admet pour tangente la droite d'équation $y = 5x-1$ (non tracée), on peut alors affirmer que	$f'(1) = 5$	$f'(5) = 1$	$f'(1) = -1$	$f(1) = 4$	$f(1) = 3$	$f(1) = -1$
L'équation $f(x) = 0$ admet sur [-1,5 ; 4,5]	aucune solution	une seule solution	plus d'une solution			
L'inéquation $f(x) < 1$ admet pour ensemble de solutions sur [-1,5 ; 4,5]	$\{0;4\}$	[4 ; 4,5]	] 4 ; 4,5]	[-1,5 ; 4[		
L'intégrale $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ a pour valeur un nombre compris	entre 2 et 4	entre 4 et 8	entre –1 et 0			

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES – BAC PRO

(toute autre formule peut être fournie avec le sujet)

ALGEBRE :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
- équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$.

  ✏ si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution dans IR

  ✏ si $\Delta = 0$, l'équation admet la solution double $-\dfrac{b}{2a}$

  et $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$.

  ✏ si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

  $x' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

  et $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$.

SUITES NUMERIQUES :

- suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r :

  $u_n = u_0 + nr$ et $u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n = \dfrac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$.

- suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q :

  $u_n = u_0 \times q^n$ et $u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n = u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ $(q \neq 1)$.

GEOMETRIE : ABC étant un triangle quelconque avec AB = c ; AC = b et BC = a

- formule d'Al Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$;
- formule de Héron :

  l'aire est $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ avec $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ (demi – périmètre).

STATISTIQUES :

n_i désigne l'effectif correspondant au caractère x_i et N l'effectif total.

- moyenne : $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{N}$; - variance : $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$;
- écart - type : $\sigma = \sqrt{V}$.

LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES :

- $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $e^0 = 1$; $e^1 = e$.
- pour a et b réels strictement positifs :

  $\ln ab = \ln a + \ln b$; $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$; $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$; $\ln a^n = n \ln a$ (n entier).

- pour a et b réels quelconques : $e^{a+b} = e^a \times e^b$; $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$.
- pour tout réel x, $\ln(e^x) = x$; pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$.
- pour tout réel $x > 0$, $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$, (log désigne la fonction logarithme décimal)

ANALYSE :

• **Dérivées et primitives :** k désigne une constante réelle.

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$
a (constante réelle)	0	$ax + k$
x	1	$\frac{1}{2}x^2 + k$
x^n , $n \in$ IN*	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$
$\frac{1}{x}$, x non nul	$-\frac{1}{x^2}$, x non nul	$\ln x + k$ pour $x > 0$
$\frac{1}{x^2}$, x non nul	$-\frac{2}{x^3}$, x non nul	$-\frac{1}{x} + k$, x non nul
$\ln x$, $x > 0$	$\frac{1}{x}$, $x > 0$	
e^x	e^x	$e^x + k$
e^{ax}, a constante réelle	$a \times e^{ax}$	$\frac{1}{a} \times e^{ax} + k$ pour a non nul.

• **Dérivation : opérations.**

$(u + v)' = u' + v'$; $(ku)' = ku'$; $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$;

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$.

• **Calcul intégral :**

Si F est une primitive de f sur [a ; b], $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

PARTIE 2 SCIENCES PHYSIQUES

Les calculs effectués doivent être détaillés et justifiés. L'écriture des formules ou expressions littérales des lois utilisées est exigée.

EXERCICE 1 Le chaulage d'un étang de pisciculture (10 points)

L'apport d'amendement calcique, ou chaulage, est une pratique utilisée en pisciculture afin d'améliorer la productivité d'un étang.
Cet apport a des effets sur le pH et la concentration en ions calcium de l'eau de l'étang.

1. On utilise de la chaux éteinte ou hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ pour le chaulage d'un étang.
Écrire la formule des deux ions apportés par l'hydroxyde de calcium.

2. On étudie l'influence du chaulage sur le pH de l'eau de l'étang.
On a mesuré le pH avant le chaulage et quelques temps après :
   - avant chaulage : pH = 6,5 ;
   - après chaulage : pH = 7,3.

   2.1. Indiquer comment évolue le pH de l'eau et donner le nom de l'ion apporté qui est responsable de cette évolution.

   2.2. Montrer que la concentration molaire en ions hydronium H_3O^+ dans l'eau de l'étang après chaulage est voisine de 5.10^{8} mol.L^{-1}.

   2.3. En déduire la concentration molaire en ions hydroxyde HO^- (ou OH^-).
   On donne : produit ionique de l'eau pure : $K_e = 1.10^{-14}$.

3. On étudie l'influence du chaulage sur la concentration de l'eau de l'étang en ions calcium.

   3.1. Montrer que la masse molaire de l'hydroxyde de calcium est égale à 74 g.mol^{-1}.
   On donne en g.mol^{-1} : M(H) = 1 ; M(O) = 16 ; M(Ca) = 40

   3.2. Un pisciculteur apporte 400 kg d'hydroxyde de calcium dans un étang dont l'eau de volume $V = 1.10^{7}$ L est initialement dépourvue d'ions calcium.

      3.2.1. Calculer le nombre de moles d'hydroxyde de calcium apporté dans l'eau.

      3.2.2. En déduire que la concentration molaire en ions calcium de l'étang est $[Ca^{2+}] = 5{,}4.10^{-4}$ mol.L^{-1}.

      3.2.3. La dureté calcique d'une eau, exprimée en °F, est donnée par l'expression $D = [Ca^{2+}] \times 10^{4}$.
      Calculer D pour l'eau de l'étang après chaulage.

      3.2.4. La teneur en ions calcium d'un étang utilisé en pisciculture est considérée comme correcte si D est compris entre 5 °F et 12,5 °F.
      Indiquer si cette condition est respectée pour cet étang.

EXERCICE 2 — Un système de chauffage par géothermie (10 points)

Le système de chauffage par géothermie récupère une partie de la chaleur de la Terre pour chauffer une habitation.

1. L'habitation a une surface de 110 m^2. La hauteur sous plafond est de 2,5 m.

   1.1. Calculer le volume d'air contenu dans l'habitation.

   1.2. En déduire que la masse d'air correspondante est m = 357,5 kg.
   On donne : masse de 1 m^3 d'air = 1,3 kg

2. Lors de la mise en service du chauffage géothermique, la température initiale de l'air de l'habitation est θ_i = 16 °C. La température finale souhaitée est θ_f = 22 °C.
   Calculer la quantité de chaleur Q qu'il faut apporter à l'air de cette habitation.
   Données : $Q = m \times c_{air} \times (\theta_f - \theta_i)$; $c_{air} = 1000\ J.kg^{-1}.°C^{-1}$

3. Ce système de chauffage, basé sur la circulation d'un fluide, comporte un moteur électrique. Ce moteur est alimenté par un réseau 230 V / 400 V. Sa plaque signalétique porte les indications suivantes : 50 Hz, $\cos\varphi$ = 0,85, P_u = 3 kW.

   3.1. Préciser la nature du réseau 230 V / 400 V.

   3.2. Donner la signification de chacune des indications de la plaque signalétique.

   3.3. L'intensité du courant alimentant le moteur en fonctionnement est I = 6,5 A.
   Calculer la puissance électrique (ou puissance active) absorbée par le moteur.
   Données : $P_a = U.I.\sqrt{3}.\cos\varphi$; U : valeur efficace des tensions composées

   3.4. En déduire le rendement du moteur.

4. Les pompes à chaleur de certains systèmes de chauffage plus anciens comportent un fluide frigorigène qui, en cas de fuite, peut jouer un rôle sur l'effet de serre atmosphérique.

   4.1. Indiquer la conséquence directe de l'augmentation de l'effet de serre sur la Terre.

   4.2. Citer un gaz dit à « effet de serre ».

B E C

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

EXAMEN

NOM :
(EN MAJUSCULES)

Spécialité ou Option :

Prénoms :

ÉPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

N° du sujet choisi (1)
ou repère de l'épreuve