

Choisir et utiliser un modèle adapté

Compétence travaillée :

Élaborer et/ou choisir et utiliser un modèle adapté (mettre en lien les phénomènes, les concepts utilisés et le langage mathématique qui peut les décrire).

Thèmes d'appui à l'activité :

Énergie dans l'habitat.

Support de l'activité :

Exercice à caractère expérimental conçu pour une heure d'accompagnement personnalisé en 1^{ères} ou en 1^{ère} STI2D comportant des tableaux de mesures, des graphiques et des schémas.

Résumé :

Deux élèves polémique à propos de l'exploitation de mesures effectuées en T.P.

La première partie fait émerger progressivement la loi d'Ohm. Les élèves travaillent sur l'exploitation d'une série de mesures assez imprécises et sur la modélisation mathématique du phénomène étudié.

La seconde partie consiste à modéliser un chauffe-eau électrique, à prendre conscience des limites du modèle proposé et à tenter de l'améliorer.

Mots clefs :

modèle, modélisation.

Auteur et établissement : Pascal Jaury, Lycée Émile Zola, Châteaudun.

1. Modèles et modélisation

Une part essentielle du travail d'un scientifique consiste à choisir et à utiliser des **modèles** adaptés pour étudier des phénomènes plus ou moins complexes. Un **modèle** est une représentation simplifiée de la réalité qui repose sur des hypothèses et des approximations dont la validité doit être vérifiée expérimentalement. Pour un même phénomène le scientifique utilise souvent **plusieurs modèles** plus ou moins simples, selon les nécessités expérimentales et le **domaine de validité des différents modèles** élaborés.

Illustrons ces propos à l'aide d'un exemple concret : **Pierre et Marie doivent étudier et modéliser le principe de fonctionnement d'un chauffe-eau électrique.**

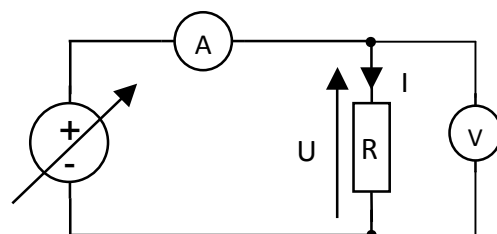
2. La résistance chauffante

La résistance chauffante utilisée est un fil métallique bobiné de résistance R . Avant d'utiliser cette résistance chauffante, Pierre et Marie décident d'étudier ce dipôle afin d'essayer de **modéliser** son comportement.

Pour étudier la réponse de cette résistance à la tension électrique qui lui est appliquée, Marie réalise le montage ci-contre avec un générateur qui lui permet d'ajuster la valeur de la tension U appliquée aux bornes de la résistance chauffante.

Marie consigne ses mesures dans le tableau suivant.

U en V	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
I en A	0,4	0,7	1,3	1,7	2,0	2,5
Rapport U/I						

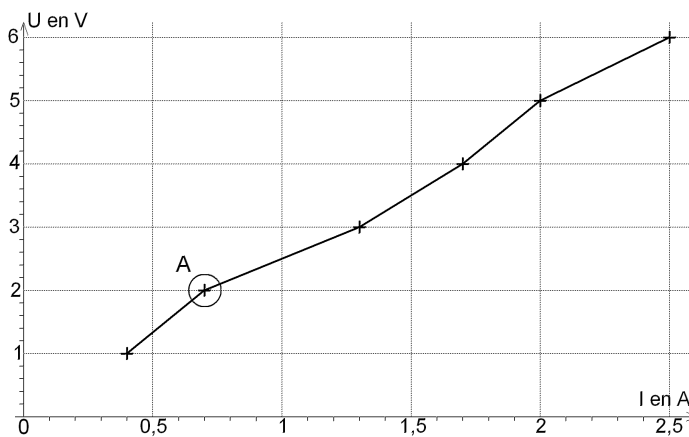


1. Compléter la dernière ligne du tableau. Peut-on en déduire que la tension U est proportionnelle à l'intensité I ?

Pendant que Marie effectue et saisit les mesures Pierre construit le graphe $U = f(I)$. Il obtient le résultat ci-contre.

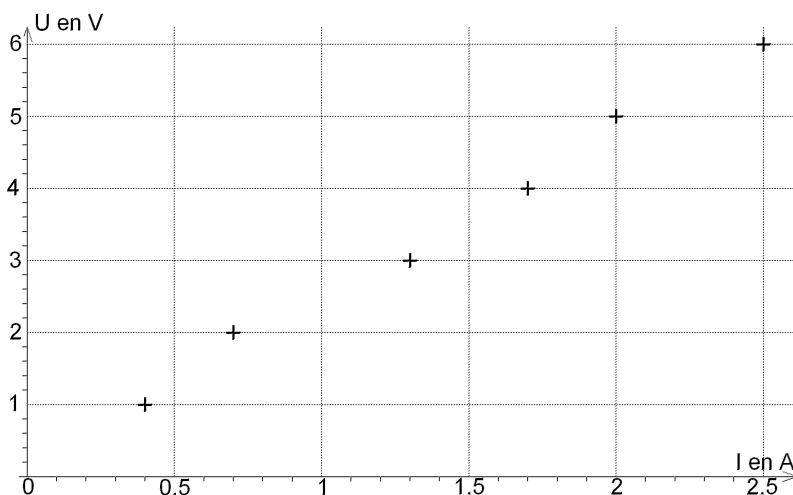
Marie s'étonne du graphe tracé (le point A n'est pas aligné avec les autres points). Elle objecte à Pierre : « La résistance chauffante ne change pas de comportement au point A pour lequel j'ai justement effectué les mesures de U et de I ! »

Pierre lui rétorque : « Ce n'est pas de ma faute si tes mesures sont imprécises ... »



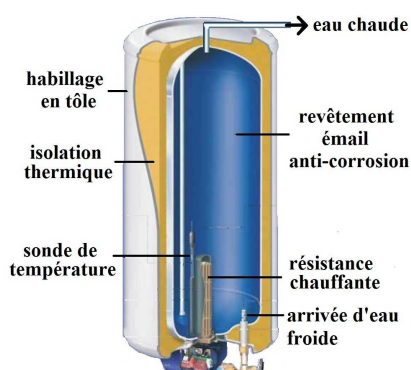
2. Qui a raison ?

3. En tenant compte des points de vue de Marie et de Pierre, effectuer un tracé plus réaliste du graphe $U = f(I)$.



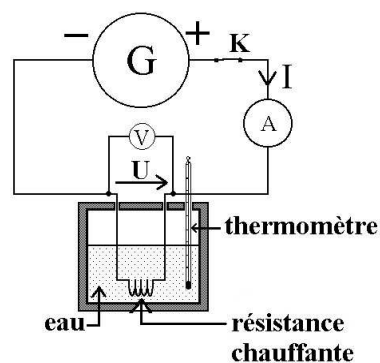
4. Peut-on déduire de la courbe tracée que la tension U est proportionnelle à l'intensité I ? Justifier.
5. La modélisation mathématique du comportement de la résistance chauffante, c'est-à-dire l'équation de la courbe tracée à la question précédente, est de la forme :
- $U = a \times I + b$ $U = a \times I$ $U = a \times I^2$ $U = a \times I^2 + b \times I + c$ $U = \frac{a}{I}$ $U = a \times \sin(I)$
6. Pour déterminer la valeur numérique du coefficient a caractéristique du modèle sélectionné, il faut choisir un point B. Ce point B doit (cocher obligatoirement une case pour chacune des lignes) :
- être un des points du tableau de mesures être sur la courbe tracée peu importe
 être proche de l'origine être éloigné de l'origine peu importe
7. Déterminer la valeur numérique du coefficient a et préciser son unité.

3. Étude d'un chauffe-eau électrique rudimentaire



Chauffe-eau électrique de 250 L

http://www.123chauffage.com/prod-93-chauffe_eau_aci_visio_200_l_atlantic.html



Modélisation expérimentale d'un chauffe-eau électrique

Pour **modéliser expérimentalement** un chauffe-eau électrique, Pierre et Marie utilisent un calorimètre, récipient thermiquement assez bien isolé, dans lequel ils introduisent 400 mL d'eau. Ils immergent la résistance chauffante étudiée précédemment dans l'eau et appliquent entre ses bornes la tension électrique $U = 6,0$ V.

1. En écrivant le calcul effectué, vérifier que la puissance électrique $P = U \times I$ reçue par la résistance chauffante utilisée par Pierre et Marie vaut 15 W.
2. La puissance P est l'énergie reçue par seconde. Déterminer l'énergie électrique reçue par la résistance chauffante en 20 minutes de fonctionnement.

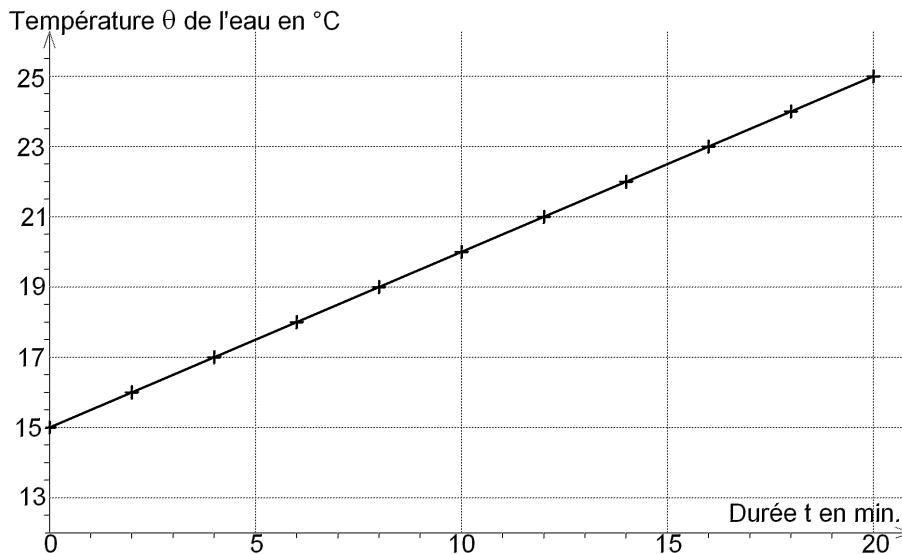
Marie affirme : « En 20 minutes de chauffage, les 400 mL d'eau reçoivent 18 kJ sous forme de chaleur. Connaissant la capacité thermique massique de l'eau $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$, j'en déduis que la température de l'eau va augmenter de 10,8 °C. Il me semble inutile de faire l'expérience. »

Pierre lui rétorque : « Ta **modélisation** des transferts thermiques repose sur une hypothèse simplificatrice que tu n'as pas précisée et qui mérite d'être vérifiée. »

3. Quelle est l'hypothèse utilisée par Marie pour modéliser simplement le fonctionnement du chauffe-eau ?
4. Préciser à l'aide d'une phrase à quoi correspond concrètement la donnée $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

5. Développer les calculs effectués par Marie.

Pierre effectue très soigneusement l'expérience et mesure la température θ de l'eau toutes les deux minutes. Il trace le graphe ci-dessous qui représente l'évolution temporelle de la température de l'eau pendant le chauffage.



Pierre montre ses résultats à Marie et lui affirme : « J'avais raison, ta **modélisation** de notre chauffe-eau est trop simpliste : la température de l'eau n'a augmenté que de 10,0 °C pendant les 20 minutes de chauffage. »

Marie lui rétorque : « La **modélisation simple** que j'ai proposée permet de prévoir facilement la température de l'eau à quelques % près. »

6. Pour comparer de manière significative les avis de Pierre et de Marie, calculer l'écart relatif du résultat prévu par Marie au résultat obtenu expérimentalement par Pierre. À la lumière de ce résultat, commenter les deux points de vue.

7. D'où provient l'écart entre la prévision effectuée rapidement par Marie et les mesures fiables réalisées par Pierre ?

8. Parmi les modèles proposés ci-dessous, cocher ceux qui sont validés par le graphe obtenu par Pierre. (Il y a deux modèles qui conviennent)

- a. La température de l'eau est proportionnelle à la durée du chauffage.
- b. La température de l'eau est inversement proportionnelle à la durée du chauffage.
- c. La température de l'eau est une fonction affine de la durée de chauffage.
- d. L'augmentation de la température de l'eau est proportionnelle à la durée du chauffage.

9. Préciser à quelle modélisation mathématique correspond chacune des équations ci-dessous :

$$\theta(t) = a.t$$

$$\theta(t) - \theta(0) = a.t$$

$$\theta(t) = a.t + b$$

$$\theta(t) = \frac{a}{t}$$

Pierre affirme : « Je peux maintenant prévoir qu'après deux heures, c'est-à-dire 6 fois 20 minutes de chauffage, la température de l'eau aura augmenté de $6 \times 10 \text{ °C} = 60 \text{ °C}$. »

Marie lui rétorque : « Cette fois c'est ta **modélisation** qui est simpliste : tu extrapoles à des températures élevées des résultats obtenus au voisinage de la température ambiante. Ceci suppose que le pourcentage de pertes sous forme de chaleur cédée à l'environnement ne dépend pas de la température de l'eau, ce qui est faux. »

10. La critique de Marie vous semble-t-elle justifiée ? Argumenter.